جامعة ذي قار – كلية الزراعة والاهوار

قسم البستنة وهندسة الحدائق

محاضرات رياضيات

المحاضرة الثانية

اعداد

أ.م.د قاسم بدر إدريس

المحاضرة الثانية

2- ضرب المصفوفة:

أ- ضرب المصفوفة بعدد حقيقي:

ضرب مصفوفة في عدد ما لا يدخل في إطار ضرب المصفوفات. ضرب مصفوفة في عدد ما يعطي مصفوفة لها نفس أبعاد المصفوفة الأصلية حيث مداخلها تساوي مداخل المصفوفة الأصلية مضروبة في ذلك العدد.

مثال (1): جد ناتج ضرب المصفوفة A في عدد ثابت (2):

$$2 * \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2*1 & 2*3 \\ 2*1 & 2*0 \\ 2*1 & 2*2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

مثال (2): جد ناتج (واجب):

$$4 \times \ A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 8 \\ 3 & 9 & -3 \end{bmatrix}$$

ب- ضرب المصفوفتين:

يمكن ضرب مصفوفتين إذا كان عدد الاعمدة في الأولى يساوي عدد الصفوف في الثانية، فاذا كانت المصفوفة A من الدرجة m × n والمصفوفة B من الدرجة n × r فأن المصفوفة C = A.B تكون من الدرجة m × r ويمكن التعبير عن حاصل ضرب المصفوفتين A و B كما يلي:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} . b_{kj}$$

حيث c_{ij} عنصر في المصفوفة C و $i = 1,2,3,\cdots,m \quad and \quad j = 1,2,3,\cdots,r$

ان عملية ضرب مصفوفتين ليست إبداليه اي انه ليس من الضروري ان يكون $A.B = B.A$

مثال (3): جد ناتج A.B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1- & 5 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} 1- & 4 \\ 2- & 6 \end{bmatrix}$$

الحل:

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 \times 1- + 3 \times 2- & 2 \times 4 + 3 \times 6 \\ 1- \times 1- + 5 \times 2- & 1- \times 4 + 5 \times 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{A}.B = \begin{bmatrix} -2 + -6 & 8 + 18 \\ 1 + (-10) & 4 - + 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 26 \\ -9 & 26 \end{bmatrix}$$

مثال (4): جد ناتج A.B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

الحل:

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 \times 1 + 1 \times 5 & 2 \times 0 + 1 \times 3 & 2 \times 2 + 1 \times 4 \\ 4 \times 1 + 5 \times 5 & 4 \times 0 + 5 \times 3 & 4 \times 2 + 5 \times 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{A}.B = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 29 & 15 & 28 \end{bmatrix}$$

مثال (5): جد ناتج A.B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

الحل:

$$A.B = \begin{bmatrix} 1\times -1 + 2\times -2 & 1\times 5 + 2\times 3 \\ -2\times -1 + 0\times -2 & -2\times 5 + 0\times 3 \\ 4\times -1 + \ -3\ \times -2 & 4\times 5 + \ -3\ \times 3 \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} -1 + -4 & 5+6 \\ 2+0 & -10+0 \\ -4 + \ 6 & 20 + \ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 11 \\ 0 & -10 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$$

3- مبدلة المصفوفة:

إذا كانت المصفوفة A من الدرجة $m \times n$ فأن مبدلة المصفوفة تكون من درجة $n \times m$ ويرمز لها بالرمز A^T ويمكن الحصول عليها بأبدال الصفوف مكان الاعمدة.

مثال (6): إذا كانت المصفوفة A الموضحة ادناه فما هي مبدلتها؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 6 & 3 & -9 \end{bmatrix}$$

الحل:

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{bmatrix}$$

مثال (7): إذا كانت المصفوفة A الموضحة ادناه فما هي مبدلتها؟

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 4 & 6 & 7 \\ -2 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

الحل:

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 0 & 6 & 4 \\ -1 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

مثال (8): جد adj (A) و adj (B) .

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj (A)} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj (B)} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 2 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

مثال (9): إذا كانت المصفوفة A الموضحة ادناه فما هي مبدلتها (واجب)؟

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 \\ 12 & 0 & 13 \\ -5 & 7 & 10 \end{bmatrix}$$